

Übungen

Mirjam Laager

2026-08-24

Inhaltsverzeichnis

Bayesianische Statistik	2
Übung 1	2

Bayesianische Statistik

Übung 1

In dieser Übung untersuchen Sie anhand des Beispiels aus der Vorlesung wie sich die Posteriorverteilung ändert, wenn ein anderer Prior gewählt wird und was mit dem Einfluss des Priors auf die Posteriorverteilung passiert, wenn mehr und mehr Daten vorliegen. Führen Sie dazu zunächst den untenstehenden Code auf Ihrem Laptop aus und prüfen Sie, ob die erzeugten Grafiken mit den Grafiken aus der Vorlesung übereinstimmen. Bearbeiten Sie anschließend die folgenden Punkte:

- ☐ Entfernen Sie den Term “denominator” aus der Berechnung der Posteriorverteilung und vergleichen Sie die so berechnete Verteilung mit der ursprünglichen Posteriorverteilung. Was fällt Ihnen auf?
- ☐ Ersetzen Sie die Priorverteilung durch einen uniformen Prior. Vergleichen Sie die so erzeugte Posteriorverteilung mit der Likelihoodfunktion. Was fällt Ihnen auf?
- ☐ Im untenstehenden Code gehen wir davon aus, dass 7 (k_{obs}) von 10 (n) Personen mit Methode A mehr Wörter gelernt haben als mit Methode B. Erhöhen Sie das schrittweise auf beispielsweise 70 von 100, 700 von 1000 etc. und beobachten Sie, was mit der Posteriorverteilung passiert.

```
library(ggplot2)

k_obs <- 7
n <- 10

theta <- seq(0, 1, 0.1)
prior <- c(0.01, 0.015, 0.025, 0.1, 0.2, 0.3, 0.2, 0.1, 0.025, 0.015, 0.01)
likelihood <- dbinom(k_obs, size = n, prob = theta)
denominator <- sum(prior * likelihood)
posterior <- prior * likelihood / denominator

ggplot(aes(x = factor(theta), y = prior)) +
  geom_bar(stat = "identity", color = "white", fill = "forestgreen") +
  scale_y_continuous(limits = c(0,1)) +
  labs(title = "Priorverteilung",
       x = expression(Populationsparameter~theta),
       y = "Wahrscheinlichkeit") +
  theme_minimal()
ggplot(aes(x = factor(theta), y = likelihood)) +
  geom_col(color = "white", fill = "#D55E00", width = 0.8) +
  labs(title = "Likelihoodfunktion", x = bquote("Populationsparameter " * theta), y = "Like
scale_y_continuous(limits = c(0,1)) +
theme(legend.position = "none") +
```

```

theme_minimal()
ggplot(aes(x = factor(theta), y = posterior)) +
  geom_col(color = "white", fill = "dodgerblue", width = 0.8) +
  labs(title = "Posteriorverteilung", x = bquote("Populationsparameter " * theta), y = "Wah")
scale_y_continuous(limits = c(0,1)) +
  theme(legend.position = "none") +
  theme_minimal()

```

